

TP - Chap 10 : Les lois de Kepler

CONTEXTE DU TP

L'astronome allemand Johannes Kepler (1571-1630) a formulé trois lois qui décrivent le mouvement des planètes autour du Soleil. Ces lois portent son nom.

On se propose de tester les lois de Kepler à l'aide du langage de programmation Python, à partir de données astronomiques.



DOCUMENTS À VOTRE DISPOSITION

Document 1 : Récupération de données astronomiques

L'Institut de mécanique céleste et de calcul des éphémérides (IMCCE) est un organisme de recherche de renommée internationale basé à l'observatoire de Paris. Il a notamment pour mission de calculer les positions des astres et de les publier dans des tables appelées éphémérides.

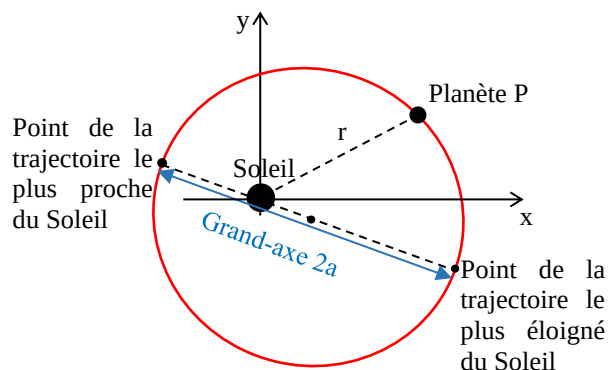
Des données concernant les mouvements de Mercure, de Vénus, de la Terre et de Mars à partir de décembre 2023 ont été stockées dans des fichiers « .csv » disponibles dans le dossier « Lois de Kepler python » en ressource sur le réseau.

TRAVAIL À EFFECTUER

A- Préliminaires

Dans un fichier .csv, on a récupéré chaque jour les coordonnées x , y et z du centre d'une planète, dans un référentiel héliocentrique, pendant un certain nombre de jours. Ces coordonnées sont données en ua (unité astronomique).

1 ua = $149,6 \times 10^6$ km



Indice du jour	0	1	2	...	j	j+1	...
x	x[0]	x[1]	x[2]	...	x[j]	x[j+1]	...
y	y[0]	y[1]	y[2]	...	y[j]	y[j+1]	...
z	z[0]	z[1]	z[2]	...	z[j]	z[j+1]	...

Pour simplifier on ne considèrera que les coordonnées x et y dans les questions suivantes car l'orientation des axes a été choisie de façon à ce que z soit négligeable par rapport à x et y .

1. Écrire la formule permettant de calculer la distance Soleil-Planète à une date « j » quelconque, à partir des coordonnées $x[j]$ et $y[j]$ de la planète. Cette distance sera notée r .

2. À l'adresse <https://trinket.io/python3/e071a9db4a>, un code python a été préparé pour récupérer les coordonnées x et y de Mercure, consignées dans le fichier Mercure.csv.

- Cliquer sur l'onglet rassemblant les données du fichier Mercure.csv pour observer comment sont disposées ces données.
- Lire le code et ses commentaires puis compléter la ligne 23 du code python de manière à rassembler les valeurs de la coordonnée Y de Mercure dans la liste notée y .
- Compléter le code python de manière à calculer les valeurs de r .
- Afficher ces valeurs dans la console avec la commande `print`.

3. Proposer une formule python permettant de calculer le demi-grand axe a de la trajectoire de Mercure à partir de la valeur minimale de r et de sa valeur maximale. Compléter le code puis afficher la valeur de a dans la console et noter la valeur obtenue, arrondie au millièm.

4. Pour tester la 2^{ème} loi de Kepler il faut calculer les aires balayées par le segment Soleil-Planète lorsque la planète se déplace sur son orbite. Pour cela on fera des hypothèses :

1^{ère} hypothèse : L'aire balayée par le segment Soleil-Planète d'un jour d'indice j au jour suivant d'indice $j+1$ est assimilable à l'aire du triangle SP_jP_{j+1} .

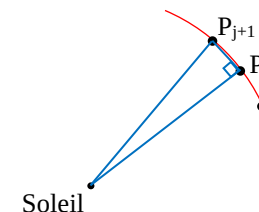
4.1. On note $(x[j]; y[j])$ les coordonnées du point P_j et $(x[j+1]; y[j+1])$ celles du point P_{j+1} .

Donner l'expression de la longueur P_jP_{j+1} à partir de ces coordonnées.

2^{ème} hypothèse : Le triangle SP_jP_{j+1} est rectangle en P_j .

4.2. Donner l'expression de l'aire du triangle SP_jP_{j+1} .

5. Compléter le code python précédent pour calculer l'aire balayée par le segment Soleil-Mercure du jour $j = 40$ au jour $j = 41$. Afficher la valeur de cette aire dans la console et noter la valeur obtenue. **Faire vérifier par le professeur.**



6. Pour les spécialistes python (les autres peuvent passer !) :

Modifier le code pour calculer l'aire balayée du jour $j = 35$ au jour $j = 45$ (soir 5 jours avant et 5 jours après le point P_{40}). **Faire vérifier par le professeur.**

B- 1^{ère} et 2^{ème} loi de Kepler

- **Copier le dossier** « Lois de Kepler python » disponible dans *Ce PC/Groupes/tph-ch4/Données/Physique...*, dans votre répertoire personnel.

- Avec le logiciel EduPython, ouvrir le fichier « *kepler_test_lois.py* » présent dans ce dossier.

Remarque : Des formules équivalentes aux formules établies dans le paragraphe A- ont été écrites lignes 41-44 (détermination des $r[j]$ et de a) et lignes 84-86 (calcul d'une aire).

Le code python et les fichiers .csv sont également disponibles à l'adresse <https://trinket.io/python3/04e3c4f91b>.

- Pour répondre aux questions suivantes on exécutera le code pour chaque planète : Mercure, Venus, Terre et Mars.

1. Rappeler la 1^{ère} loi de Kepler.
2. Pour quelle(s) planète(s) apparaît-il nettement que la trajectoire de la planète n'est pas un cercle centré sur le centre du Soleil ?
3. La 2^{ème} loi de Kepler est-elle vérifiée pour chaque planète ? Si non proposer une explication. On donnera quelques valeurs d'aires.

C- 3^{ème} loi de Kepler

1. Dans un tableau, relever, pour chaque planète, sa période de révolution T et le demi-grand axe a de son orbite.

On rappelle que d'après la 3^{ème} loi de Kepler, le carré de la période de révolution T d'une planète est proportionnel au cube du demi-grand axe a de son orbite. On écrit

aussi $\frac{T^2}{a^3} = \text{constante}$.

2. Comment peut-on vérifier graphiquement une situation de proportionnalité ?
3. Vérifier la 3^{ème} loi de Kepler graphiquement à l'aide du fichier *regression-manuelle-fonction-lineaire.py* mis en ressources pour la classe sur le réseau. **Les données « expérimentales » sont à entrer lignes 14 et 15. Attention le code est prévu pour afficher et modéliser les valeurs de grandeurs nommées x et y .**
Donner la constante de proportionnalité entre T^2 et a^3 . Préciser son unité.

4. On montre que pour chaque planète du système solaire, $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4 \times \pi^2}{G \times M_S}$ où M_S est la masse du Soleil et G la constante universelle de gravitation, $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.
Remarque : Les plus rapides pourront faire la démonstration de cette égalité !

4.1. À partir de la constante de proportionnalité déterminée à la question précédente, calculer la masse du Soleil.

4.2. Faire une recherche de la valeur de référence de la masse du Soleil et comparer cette valeur avec la valeur précédente.